

**Die Darstellung  
von Kometenbahnen  
mit dem  
BAADER-Planetarium**

**von Hermann Zeuner**

# Die Darstellung von Kometenbahnen mit dem BAADER-Planetarium

von Hermann Zeuner

Es ist schwierig, sich das Zustandekommen der Bewegung eines Kometen, wie sie sich am Himmel abzeichnet, räumlich richtig vorzustellen. Wenn aber gerade ein Komet zu beobachten ist, sind Überlegungen zur Kometenbewegung durchaus von Interesse. Dabei weiß jedermann, daß der Komet auf einer Parabel oder langgestreckten Ellipse läuft, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht. Die genauen Bahnelemente für den jeweiligen Kometen lassen sich erfragen. Aber diese Daten ermöglichen zunächst nur eine Beschreibung der Bewegung im heliozentrischen System. Um das verstehen zu können, was als Bahn am Himmel zu sehen ist, muß man den heliozentrischen Tatbestand ins geozentrische System übertragen. Für derlei Überlegungen ist das BAADER-Planetarium die ideale Anschauungshilfe. Dies liegt an der glücklichen Verbindung des Telluriums, das die heliozentrische Situation zeigt, mit der Planetariumskugel, die den von der Erde aus sichtbaren Sternhimmel darzustellen erlaubt. Im vorliegenden Fall ist zusätzlich erforderlich das den Beobachtungszeitraum erfassende Stück der heliozentrischen Bahn des aktuellen Kometen, das räumlich richtig am Tellurium befestigt wird.

## Ermittlung der Bahnkurve mit Zeitangaben

Wenn es nur um die Bahnkurve ginge, wäre man schnell am Ziel. Die Periheldistanz  $r_p$  wird bekannt sein. Von der Parabel (meist wird auch bei langgestreckten Ellipsen die Parabel als Näherung ausreichen) weiß man, daß die beiden Halbsehnen, die im Brennpunkt senkrecht auf der Parabelachse stehen, je die Länge  $2r_p$  haben. Damit kennt man außer dem Brennpunkt 3 Parabelpunkte. Man kann also die Kurve maßstabgerecht fürs Planetarium zeichnen. Die Astronomische Einheit im Planetarium beträgt 150 mm. Dann läßt sich mit rechtwinkligen Koordinaten die Parabel darstellen durch

$$y = \frac{1}{4 \times 50 \text{ mm} \times q} x^2. \quad (1)$$

Dabei ist  $q$  eines der Bahnelemente, die üblicherweise für einen Kometen angegeben werden; es handelt sich um die Periheldistanz  $r_p$  als Bruchteil der Astronomischen Einheit. Bei der maßstabgerechten Zeichnung fürs Planetarium gilt also  $r_p = 150 \text{ mm} \cdot q$ .

Die Sonnenlampe muß um diese Strecke  $r_p$  vom Scheitel der Parabel entfernt sein.

Außer der Bahnkurve braucht man nun aber noch einzelne Bahnpunkte mit Zeitangaben, wann sich der Komet dort befindet.

Zeiten lassen sich ermitteln durch Anwendung der Keplerschen Gesetze. Bei der Planetariums-Parabel läßt sich die Fläche  $A_{\text{Kepler}}$  die der von der Sonne zum Kometen gezogene Fahrstrahl überstreicht, ausdrücken mit

$$A_{\text{Kepler}} = \frac{x}{2} \left( \frac{y}{3} + q \times 150 \text{ mm} \right). \quad (2)$$

Die Zählung beginnt mit  $A_{\text{Kepler}} = 0$  beim Periheldurchgang. Jetzt bestimmt man mit dem 3. Keplerschen Gesetz die Umlaufdauer  $T_{\text{Kreis}}$  für einen (gedachten) Satelliten, der eine Kreisbahn um die Sonne beschreibt mit der Periheldistanz  $r_p$  als Kreisradius. Es gilt

$$T_{\text{Kreis}} = 365.25 \times q^{1.5} \text{ Tage}.$$

Die pro Tag vom Fahrstrahl dieses Kreisbahnsatelliten überstrichene Fläche beträgt dann

$$A_{1, \text{Kreis}} = \frac{\pi r_p^2}{T_{\text{Kreis}}} = \frac{\pi (150q)^2 \text{ mm}^2}{365.25 q^{1.5} \text{ Tag}}.$$

Bekanntlich ist die parabolische Geschwindigkeit mit dem Faktor  $\sqrt{2}$  größer als die Kreisbahngeschwindigkeit. Deshalb gilt für die vom Fahrstrahl des Kometen in einem Tag überstrichene Fläche

$$A_{1, \text{Komet}} = \frac{\pi \times 150^2 \times \sqrt{2} q \text{ mm}^2}{365.25 \text{ Tag}}. \quad (3)$$

Wenn  $t$  die vom Periheldurchgang an gezählte Zeit ist, gilt nach dem 2. Keplerschen Gesetz:

$$A_{1, \text{Komet}} \times t = A_{\text{Kepler}}. \quad (4)$$

Mit den Gleichungen (1), (2), (3) und (4) läßt sich bei vorgegebenem  $x$  die Zeit  $t$  in Tagen ermitteln. Zweckmäßigerweise rechnet man für einige beliebig gewählten Werte  $x$  die zugehörige Zeit  $t$  aus und dazu auch noch mit  $s = \sqrt{x^2 + y^2}$  die Länge der Sehne, um die der Scheitel (Perihel) vom Bahnpunkt entfernt ist. Aus einem  $s$ - $t$ -Diagramm, das man zeichnet, lassen sich schließlich für vorgewählte Zeitpunkte  $t$  die Sehnenlängen  $s$  ablesen und auf die Parabel übertragen, wobei man als weiteres Bahnelement das genaue Datum des Periheldurchgangs berücksichtigt.

Viele haben im Taschenrechner ohnehin ein Programm für Umlaufbahnen gespeichert.

Dann lassen sich für vorgegebene Werte  $t$  die oben mit  $x$ ,  $y$  und  $s$  bezeichneten Größen auch maschinell ermitteln, wenn die Periheldistanz  $r_p = 150 \text{ mm} \cdot q$  und die Perihelgeschwindigkeit  $v_p$  bekannt sind. Bei der Parabel fürs BAADER-Planetarium gilt

$$v_p = \frac{2\pi \times 150q \sqrt{2} \text{ mm}}{365.25 \times q^{1.5} \text{ Tag}}.$$

Die Anwendung des Rechners ist unumgänglich bei stark von der Parabel abweichenden Bahnen. Für den Betrag der Perihelgeschwindigkeit gilt dann allgemeiner

$$v_p = \frac{2\pi \times 150}{365.25} \sqrt{\frac{2}{q} - \frac{1}{a}} \frac{\text{mm}}{\text{Tag}}.$$

Dabei ist  $a$  die große Halbachse der Ellipse als Vielfaches der Astronomischen Einheit. (Die erste der Gleichungen benutzt wieder die Tatsache, daß die parabolische Geschwindigkeit das  $\sqrt{2}$  fache der Kreisbahngeschwindigkeit ist. Die zweite ergibt sich aus dem „vis-viva-Integral“, wenn man als Hilfsgröße die Kreisbahngeschwindigkeit einführt.)

## Befestigung der Bahnkurve am Tellurium

Die Bahn wird auf eine Sperrholzplatte (4 mm) gezeichnet; unter Verwendung der Sehnenlängen  $s$  werden an ihr die Datumsangaben vermerkt. Damit man beim späteren Einpassen den aufsteigenden und absteigenden Knoten schnell unterscheiden kann, gibt man durch einen Pfeil noch an, nach welcher Seite sich der Komet bewegt. Es empfiehlt sich außerdem, die Stelle der Bahnkurve zu ermitteln, wo sie die südliche Planetariumskugel durchstößt. Zu diesem Zweck zeichnet man einen Kreisbogen um den Brennpunkt mit dem Radius der Planetariumskugel. Beim Aussägen der Bahnkurve läßt man Stücke dieses Großkreises stehen. Dann kann man auch außerhalb der Kugel liegende Kurventeile sicher befestigen (siehe Abbildung 1). Die Bahn wird etwa 15 mm breit ausgesägt. In der Nähe des Scheitels bleibt noch ein breiteres, durch einen Kreisbogen begrenztes Stück stehen, das für das feste Anbringen an einem Halter wichtig ist.

Der Halter ist in Abbildung 2 zu sehen. Die Anfertigung ist nicht schwierig. Eine Bauanleitung ist in einer Druckschrift beschrieben, welche die Firma BAADER auf Wunsch zusendet. Der Halter wird an der Lampenfassung für die Sonnenlampe festgeschraubt. An ihm ist, um eine in der Ekliptikebene lie-

gende Achse drehbar, ein Kreisring aus Sperrholz befestigt. Sein äußerer Kreisradius stimmt überein mit dem Radius des oben erwähnten Kreisbogens beim Scheitel der Kometenbahn. Der Kreisring muß schließlich so eingestellt werden, daß er die Bahnebene des Kometen festlegt. Er soll deshalb Bahnebenenring heißen. An ihm sind 2 Rohrstücke befestigt, sie liegen in der Knotenlinie für die Kometenbahn. Es ist die Seite hervorgehoben, wo der *aufsteigende* Knoten  $\Omega$  liegen soll. Von hier aus wird das Argument des Periheldurchgangs gemessen. Dieser Winkel  $\omega$  ist als Bahnelement angegeben. Man trägt vom aufsteigenden Knoten aus auf dem Bahnebenenring den Winkel ab und bestimmt auf diese Weise einen Punkt P, durch den nachher die Achse der Kometenbahn hindurchgehen muß.

Als nächstes Bahnelement ist die Inklination  $i$  zu berücksichtigen. Das ist der Winkel, den die Bahnebene mit der Ekliptik bildet. Der Bahnebenenring ist dafür ja schwenkbar, ein Winkelmesser erleichtert die Einstellung.

Jetzt fehlt nur noch die Länge des aufsteigenden Knotens, d. h. das Bahnelement  $\Omega$ . Der Winkel  $\Omega$  wird in der Ekliptik gemessen, vom Frühlingspunkt zum aufsteigenden Knoten; die Zahlung ist rechtläufig. Zur Festlegung des Winkels benutzt man den Ekliptikgroßkreis der Planetariumskugel. Wenn beim Einpassen des Halters die nördliche Halbkugel abgenommen ist, hat man allerdings nur den halben Großkreis zur Verfügung und muß noch beachten, daß die Planetariums-*erde* am 21. III. beim *Herbstpunkt* steht. Deshalb legt man für Werte  $\Omega < 180^\circ$  den Ort des *absteigenden* Knotens fest: Man mißt vom Herbstpunkt aus den Winkel auf dem Ekliptikgroßkreis ab und steckt in das Rohrstück des Bahnebenenrings auf der Seite  $\bar{E}$  einen Rundstab, der fast zur Planetariumskugel reicht. Er muß dann genau auf den mit  $\Omega$  ermittelten Punkt der Ekliptik zeigen. In dieser Stellung schraubt man den Halter an der Fassung der Sonnenlampe fest. (Für Werte  $\Omega > 180^\circ$  legt man vom Herbstpunkt aus den Winkel  $\Omega - 180^\circ$  fest, um zum *aufsteigenden* Knoten zu kommen. Dazu braucht man das andere Rohrstück am Bahnebenenring.)

Jetzt kann man die ausgesägte Bahnkurve am Bahnebenenring befestigen, wobei zu beachten ist, daß die Achse der Parabel durch den mit  $\omega$  festgelegten Punkt P gehen muß.

In Abbildung 1 ist ein Teil der Ellipsenbahn für den Halleyschen Kometen 1985/86 dargestellt. Man erkennt, daß auch außerhalb der Kugel liegende Teile richtig angepaßt werden können. Dies ist ganz einfach, weil die Bahnebene die Kugel ja rechtwinklig schneidet. Wichtig sind dabei die oben erwähnten Kreisbogenstücke mit dem Radius der Planetariumskugel. Da der Bogen außen und innen stehen geblieben ist, hat man auch keine Mühe, das äußere Kurvenstück in die richtige Bahnebene zu bringen.

Nun ist es nicht die Regel, daß man vom Kometen schon Jahre vor seinem Erscheinen die genauen Bahnelemente kennt. Meist sind sie für den Nichtfachmann nur kurze Zeit interessant. Dann braucht man auch nur kurze Bahnstücke, die man statt aus Sperrholz aus Pappe anfertigt und mit Reißnägeln am Bahnebenenring befestigt.

Natürlich ist der hier beschriebene Halter nicht unbedingt nötig. Man kann die Bahnkur-

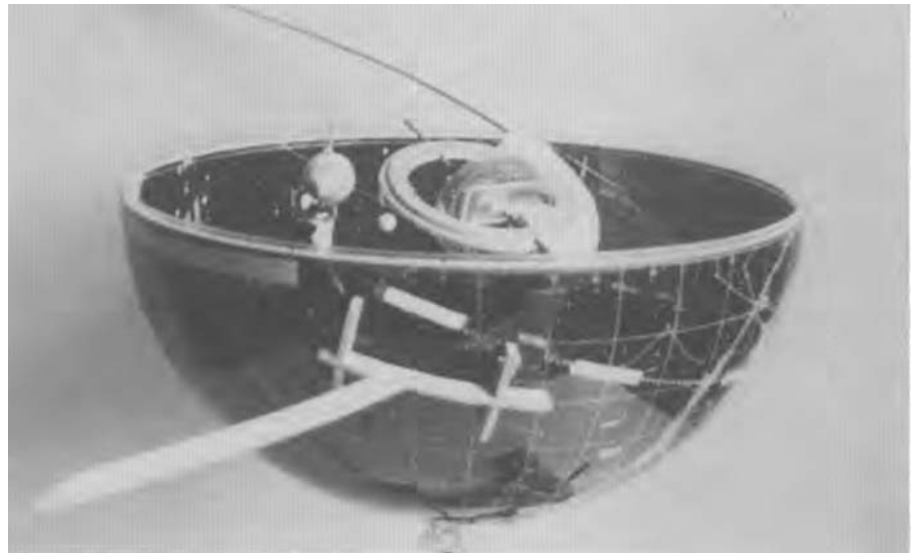


Abb.1: BAADER-Planetarium mit Bahn des Halleyschen Kometen 1985/86. Der außerhalb der südlichen Planetariumskugel befindliche Teil der Bahn ist mit Klebestreifen befestigt; er ist mit Stegen versehen, die der Kugel angepaßt sind.

ve auch an einer geeigneten Hülse festmachen, die man über die Sonnenlampe schiebt, oder auf diese Lampe aufsetzen als „Hut“, der am Äquator abgestützt wird (Abb. 3). Aber der Halter erleichtert doch sehr das richtige Einstellen der verschiedenen Winkel. Außerdem ist er eine Anschauungshilfe, wenn man die Bahnelemente erklären will.

### Übergang zur geozentrischen Betrachtung

Mit der richtig eingepaßten Bahnkurve ist die heliozentrische Position des Kometen für die verschiedenen Tage festgelegt. Die zugehörige Position der Erde bekommt man, indem man sie an den für ein bestimmtes Datum gehörenden Ort führt. Dabei ist es zweckmäßig, die Modellerde abzuschrauben

und durch eine Hülse zu ersetzen, die man auf den Transportarm für die Erde aufsteckt, leicht abnehmbar, weil die Kometenbahn sonst gelegentlich die Bewegung behindern kann. Das obere Hülsende soll genau in der Höhe der Erdbahnebene sein. Dann läßt sich jetzt, bezogen auf die Sphäre, die Blickrichtung ermitteln, in der man den Kometen von der Erde aus sieht. Zur Verdeutlichung kann man einen Bleistift so halten, daß seine Richtung die Orte von Erde und Komet verbindet. Nun möchte man aber die Position des Kometen an der Sphäre haben, das Sternbild, in dem er steht. Dabei ist jedoch die Astronomische Einheit mit 150 mm viel zu groß, verglichen mit dem „Radius der Sphäre“, der 250 mm beträgt. Man muß, unter Beibehaltung der Blickrichtung, den Erdbahnradius so schrumpfen lassen, daß die Erde praktisch mit der Sonnenlampe zusammenfällt. Das bedeutet: man muß zur

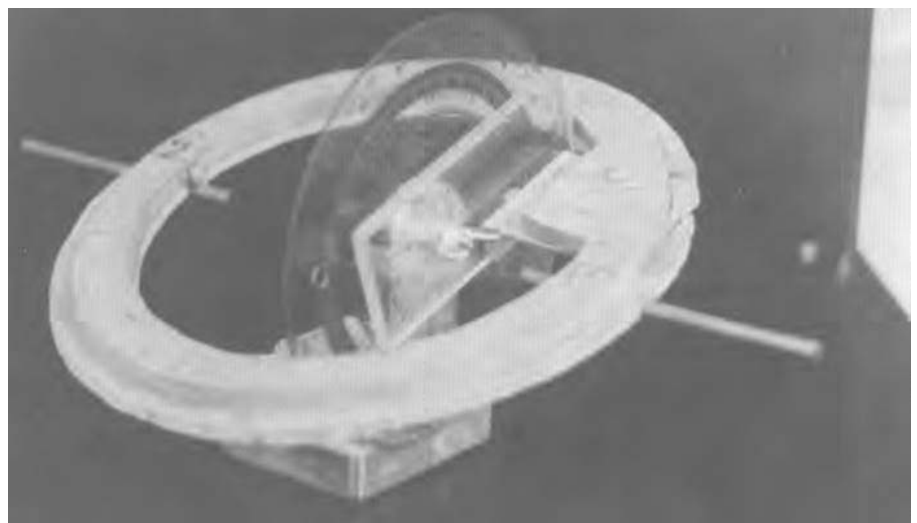


Abb.2: Halter für Kometenbahn. Der Bahnebenenring ist auf die richtige Inklination  $i$  einstellbar. Die an ihm angebrachten Rohrstücke sind nützlich bei der Festlegung der Länge  $\Omega$  des aufsteigenden Knotens der Bahn.



Abb.3: Die dargestellte Bahnkurve entspricht der von Abb.1. Sie kann mit wenigen Handgriffen und ohne Halter richtig ins BAADER-Planetarium eingepaßt werden. Eine gezeichnete Vorlage mit erläuterndem Text ist bei der Firma Baader in Mammendorf erhältlich.

Richtung des Bleistifts die Parallele durch die Sonnenlampe aufsuchen. Ihr Schnitt mit der Planetariumskugel gibt den geozentrischen Ort des Kometen für den betreffenden Tag.

Nach diesem Verfahren haben Schüler mit einigem Vergnügen die zu erwartende Bewegung für den Halleyschen Kometen 1985/86 bestimmt. Sie haben festgestellt, daß er fast immer rückläufig sein wird und in unseren Breiten nie sehr hoch stehen wird. Sie haben die Zeiten bestimmt, in denen er die ganze Nacht zu sehen sein wird, wann er der Erde am nächsten sein wird und anderes mehr. Bei dieser Arbeit ergaben sich technische Probleme, wenn irgendwelche Teile beim Anlegen des Sehstrahls im Weg waren. Die Schwierigkeit ließ sich lösen durch einen

zusätzlichen „Parallelstrahl zum Sehstrahl“. Doch soll dies hier nicht weiter erörtert werden.

#### Aufsuchen der aktuellen Position des Kometen am Himmel

Es soll z. B. die Frage beantwortet werden: Wo steht der Halleysche Komet am 20. März 1986, 2 Stunden vor Sonnenaufgang? Wie die Blickrichtung Erde-Komet, bezogen auf die Sphäre, für ein bestimmtes Datum bestimmt werden kann, wurde oben dargelegt. Es muß jetzt, für die ausgewählte Uhrzeit, nur noch die Planetariumskugel in ähnliche Lage gebracht werden wie die wahre Sphäre.



Abb.4: Situation am 20.03.1986, 2 Stunden vor Sonnenaufgang; am Ort des Kometen ist ein Papierstreifen als „Schweif“ aufgeklebt. Wenn man sich in Gedanken auf die Planetariumserde stellt, kann man sich den Bahnverlauf „draußen“ räumlich etwas zurechtlegen.

Dies geht am einfachsten mit Hilfe der Sonnenprojektionslinse: Die Planetariumskugel wird so gehalten, daß ihre Achse zum Himmelspol zeigt. Dann wird sie so gedreht, daß man mit der Projektionslinse in die Richtung leuchtet, wo zur fraglichen Zeit vermutlich die Sonne unter dem Horizont steht. So hat auch das Tellurium mit der daran befestigten Kometenbahn die richtige Stellung gegenüber dem wahren äußeren Sternhimmel, der hinreichend weit entfernt ist, verglichen mit der Astronomischen Einheit des Planetariums. Es ist also nur die Blickrichtung Erde-Komet für den 1. März nach außen zu verlängern, um den Ort des Kometen am Himmel zu bestimmen. Diese Einstellung ermöglicht gleichzeitig eine Prognose für die weitere Bewegung: es läßt sich doch mit dem Tellurium ohne Mühe feststellen, wie sich bei gleichbleibender Stellung des Sternhimmels die Blickrichtung zum Kometen ändern wird. Dies kann man unmittelbar „an den Himmel“ übertragen.

Es ist sinnvoll, die ähnliche Lage von Planetarium und wahrer Sphäre auch dann einmal einzustellen, wenn man den Kometen am Himmel sieht. Dies ist in diesem Fall noch einfacher zu machen, da die äußere Blickrichtung zum Kometen ja unmittelbar gegeben ist. Man kann dann gewissermaßen die ganze Bahnkurve vom Planetarium nach außen projizieren und hat so die Möglichkeit, sich die Bahn draußen räumlich etwas vorzustellen. (Abbildung 4)

#### Ein schwieriger Fall

Gemeint ist der schnelle Komet 1983 d, bei dem die genaue Bahnbestimmung auch für Fachleute etwas mühsam war. Fürs Planetarium ist die Schwierigkeit die, daß der Komet bei dem verkleinerten Erdbahnradius von 150mm die Erde nur um wenige Millimeter verfehlt hat. Trotzdem war es möglich, die Bewegung an der Sphäre, so wie sie mit den Ephemeriden angegeben wurde, nachträglich zu bestätigen. Mit einer auf Grund der angegebenen Bahnelemente hergestellten Bahnkurve wurden zunächst die Bewegungsrichtungen in ihrer Bahn für Erde und Komet festgestellt. Dann wurden, im Maßstab stark vergrößert, beide Bahnen nochmals dargestellt und zwar geradlinig. Wegen des kurzen in Frage kommenden Zeitraums von nur einer Woche reicht diese Näherung. Bei der Festlegung der Datumsmarken auf beiden Bahnen gab es mehrere Möglichkeiten. Es war ja aus der Tageszeitung zu erfahren, wann der Komet in der geringsten Entfernung von der Erde war. Wir gingen anders vor: wir benützten den Ort, an dem wir den Kometen am 11. 5. 83 beobachten konnten. Dies ist zwar etwas inkonsequent, aber es zeigt, wie gut sich mit dem BAADER-Planetarium Beziehungen herstellen lassen zwischen der geozentrischen und der heliozentrischen Betrachtungsweise.